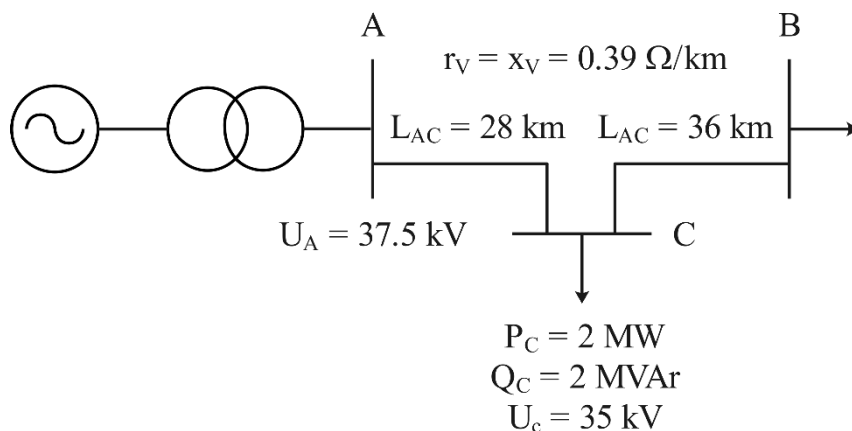


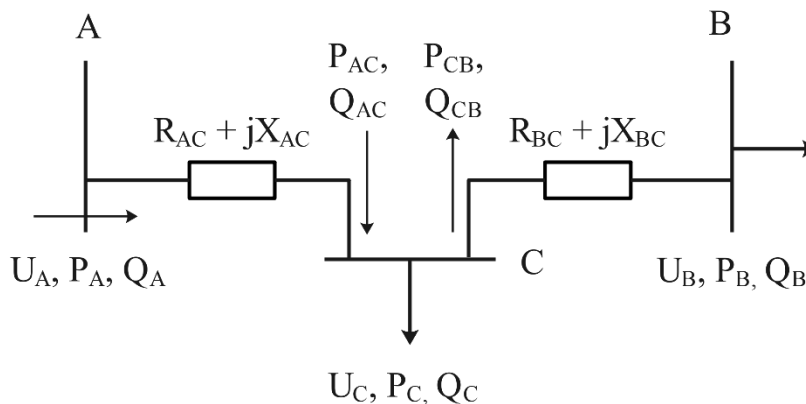
### Zadatak 14.

U sistemu čija je jednopolna šema prikazana na slici, blok generator-transformator predaje mreži aktivnu snagu  $P_A = 5 \text{ MW}$  pri naponu  $U_A = 37.5 \text{ kV}$ . Potrošač priključen na sabirnice C uzima snagu  $\underline{S}_C = (2 + j2) \text{ MVA}$  pri naponu  $U_C = 35 \text{ kV}$ . Odrediti snagu potrošača i napon u čvoru B.



### Rješenje:

Zamjenska šema posmatranog sistema je:



čiji su parametri:

$$R_{AC} = X_{AC} = 0.39 \cdot 28 = 10.92 \Omega$$

$$R_{BC} = X_{BC} = 0.39 \cdot 36 = 14.04 \Omega$$

Uz poznate napone čvorova A i B, nepoznatu reaktivnu snagu u čvoru A je moguće odrediti polazeći od jednačine pada napona:

$$\underline{U}_C = U_A - \frac{P_A R_{AC} + Q_A X_{AC}}{U_A} - j \frac{P_A X_{AC} - Q_A R_{AC}}{U_A}$$

Zapisivanjem relacije za moduo napona u čvoru C eliminiše se zavisnost prethode relacije od faznog stava:

$$U_C^2 = \left( \frac{P_A R_{AC} + Q_A X_{AC}}{U_A} \right)^2 + \left( \frac{P_A X_{AC} - Q_A R_{AC}}{U_A} \right)^2$$

gdje je jedina nepoznata u prethodnoj relaciji reaktivna snaga u čvoru A. Sređivanjem prethodne relacije, dobija se kvadratna jednačina oblika:

$$Q_A^2 - \frac{2X_{AC}U_A^2}{R_{AC}^2 + X_{AC}^2}Q_A + P_A^2 + \frac{U_A^2}{R_{AC}^2 + X_{AC}^2}(U_A^2 - U_C^2 - 2P_A R_{AC}) = 0$$

koja nakon zamjene brojnih vrijednosti dobija oblik:

$$Q_A^2 - 128.777Q_A + 449.836 = 0$$

Rješenja ove kvadratne jednačine su:

$$\begin{aligned} Q_{A1} &= 125.18 \text{ MVA} \\ Q_{A2} &= 3.59 \text{ MVA} \end{aligned}$$

od kojih samo drugo ima smisla, pa je  $Q_A = 3.59 \text{ MVA}$ .

Uz poznatu aktivnu i reaktivnu snagu i napon u čvoru 1, snagu na kraju dalekovoda AC je moguće odrediti kao:

$$\underline{S}_{AC} = P_A + jQ_A - (R_{AC} + jX_{AC}) \frac{P_A^2 + Q_A^2}{U_A^2} = (4.71 + j3.3) \text{ MVA}$$

tako da je snaga na početku dalekovoda CB:

$$\underline{S}_{CB} = \underline{S}_{AC} - \underline{S}_C = (2.71 + 1.3) \text{ MVA}$$

Uz poznatu snagu i napon na početku dalekovoda CB, snaga potrošača u čvoru B se određuje kao:

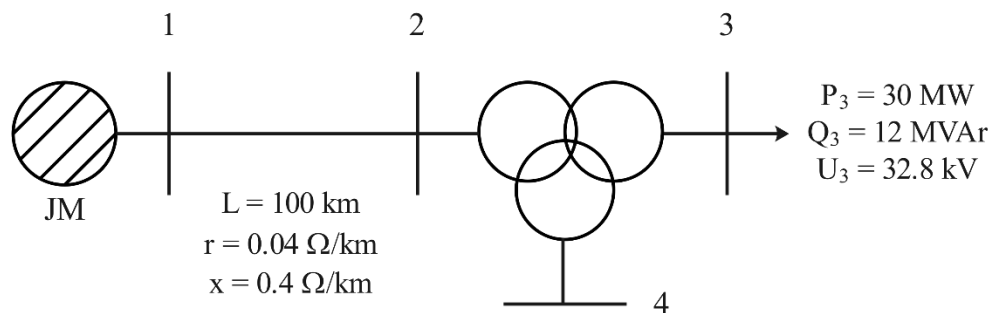
$$\underline{S}_B = P_{CB} + jQ_{CB} - (R_{BC} + jX_{BC}) \frac{P_{CB}^2 + Q_{CB}^2}{U_C^2} = (2.61 + j1.2) \text{ MVA}$$

a napon u čvoru B kao:

$$\underline{U}_B = U_C - \frac{P_{CB}R_{BC} + Q_{CB}X_{BC}}{U_C} - j \frac{P_{CB}X_{BC} - Q_{CB}R_{BC}}{U_C} = (33.39 - j0.57) \text{ kV}$$

### Zadatak 15.

Za dio elektroenergetskog sistema čija je jednopolna šema prikazana na slici, pri opterećenju od  $(30 + j12)$  MVA napon na potrošačkim sabirnicama je 32.8 kV. Pritom, u čvoru 1 je priključena jaka mreža čiji je napon konstantan, a tercijer transformatora je otvoren. Odrediti kakav uticaj na napon na sabirnicama potrošača ima priključenje izvora reaktivne snage koji u mrežu daje reaktivnu snagu od 15 MVar pri nominalnom naponu na tercijer transformatora.



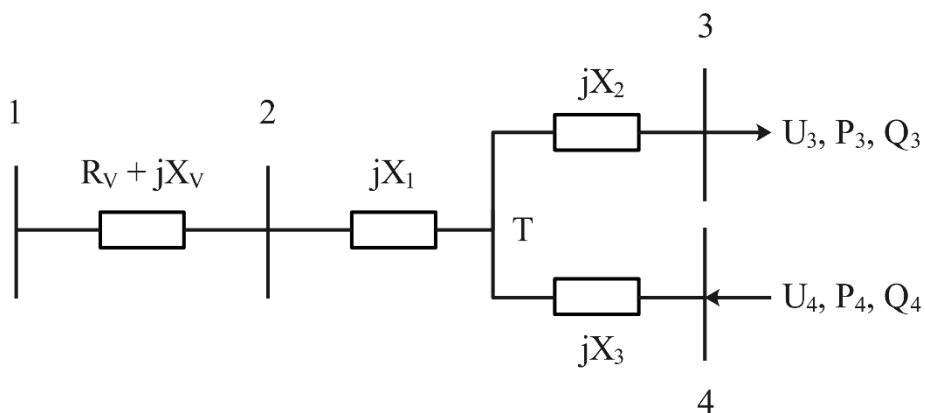
$$S_{1n} = 40 \text{ MVA}, S_{2n} = 40 \text{ MVA}, S_{3n} = 15 \text{ MVA}$$

$$U_{1n} = 110 \text{ kV}, U_{2n} = 36.75 \text{ kV}, U_{3n} = 10.5 \text{ kV}$$

$$u_{k12\%} = 11 \%, u_{k13\%} = 9 \%, u_{k23\%} = 5 \%$$

### Rješenje:

Zamjenska šema posmatranog sistema sa priključenim izvorom reaktivne snage na sabirnicama 4:



Parametri dalekovoda svedeni na naponski potrošača su:

$$R_V = 0.04 \cdot 100 \cdot \frac{36.75^2}{110^2} = 0.446 \Omega$$

$$X_V = 0.4 \cdot 100 \cdot \frac{36.75^2}{110^2} = 4.465 \Omega$$

Za određivanje zamjenske šeme transformatora neophodno je odrediti reaktanse:

$$X_{12} = \frac{11}{100} \frac{36.75^2}{40} = 3.714 \Omega$$

$$X_{13} = \frac{9}{100} \frac{36.75^2}{15} = 8.103 \Omega$$

$$X_{23} = \frac{5}{100} \frac{36.75^2}{15} = 4.502 \Omega$$

Tada su reaktanse primara, sekundara i tercijera transformatora:

$$X_1 = \frac{1}{2}(X_{12} + X_{13} - X_{23}) = 3.658 \Omega$$

$$X_2 = \frac{1}{2}(X_{12} + X_{23} - X_{13}) = 0.056 \Omega$$

$$X_3 = \frac{1}{2}(X_{13} + X_{23} - X_{12}) = 4.446 \Omega$$

Napon u čvoru 4 je takođe neophodno svesti na naponski nivo sekundara transformatora:

$$U_4 = 10.5 \frac{36.75}{10.5} = 36.75 \text{ kV}$$

Uz poznata injektiranja aktivne i reaktivne snage i poznat napon u čvoru 4, napon u čvorištu T se određuje kao:

$$\underline{U}_T = U_4 - \frac{P_4 R_3 + Q_4 X_3}{U_4} - j \frac{P_4 X_3 - Q_4 R_3}{U_4} = U_4 - \frac{Q_4 X_3}{U_4} = 34.94 \text{ kV}$$

Iz djelimično poznatih uslova na početku i kraju reaktanse sekundara transformatora, moguće je odrediti napon u čvoru 4 polazeći od relacije:

$$\underline{U}_T = U_3 + \frac{P_3 R_2 + Q_3 X_2}{U_3} + j \frac{P_3 X_2 - Q_3 R_2}{U_3} = U_3 + \frac{Q_3 X_2}{U_3} + j \frac{P_3 X_2}{U_3}$$

Moduo napona u čvorištu T je tada:

$$U_T^2 = \left( U_3 + \frac{Q_3 X_2}{U_3} \right)^2 + \left( \frac{P_3 X_2}{U_3} \right)^2$$

čime je eliminisana zavisnost prethodne relacije od faznog stava u čvorištu T. Sređivanjem prethodne relacije dobija se bikvadratna jednačina oblika:

$$U_3^4 + (2Q_3X_2 - U_T^2)U_3^2 + X_2^2(P_3^2 + Q_3^2) = 0$$

koja nakon zamjene brojnih vrijednosti dobija oblik:

$$U_3^4 - 1219.46U_3^2 + 3.274 = 0$$

Uvođenjem smjene  $t = U_3^2$ , prethodna bikvadratna jednačina se svodi na jednačinu oblika:

$$t^2 - 1219.46t + 3.274 = 0$$

čija su rješenja:

$$t_1 = 1219.457$$

$$t_2 = 0.003$$

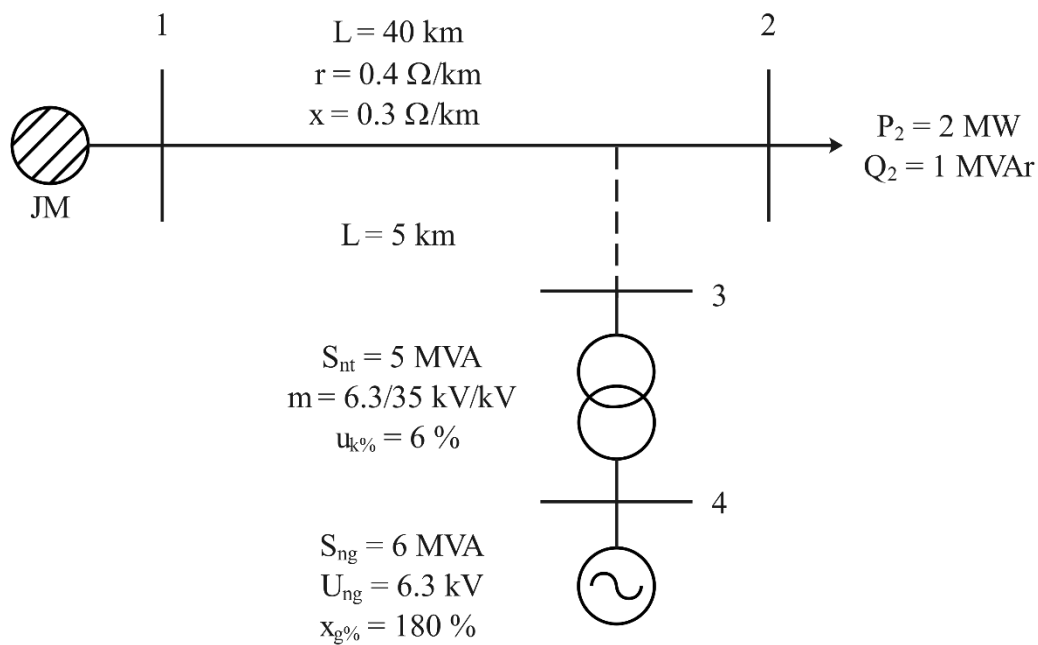
Kako jedino prvo rješenje ima smisla, to je napon u čvoru 3:

$$U_3 = \sqrt{t_1} = 34.92 \text{ kV}$$

Kao što se uočava, napon u čvoru 3 se povećao za 2.12 kV.

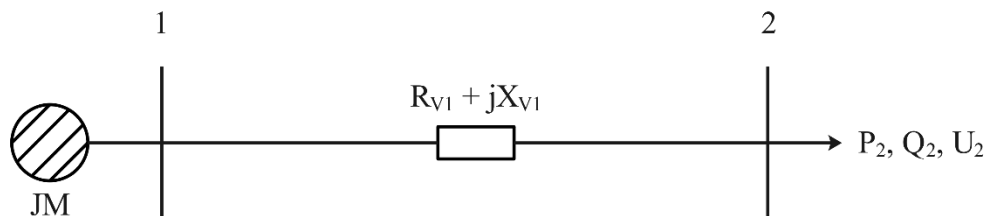
### Zadatak 16.

Koliko i kako se promijeni napon na sabirnicama potrošača ukoliko se na vod u prolazu na 10 km od potrošača priključi mala elektrana preko voda dužine 5 km istih karakteristika? Poznat je napon na sabirnicama potrošača prije priključenja male elektrane i on iznosi 33.7 kV. Uzeti da generator radi sa snagom  $(5 - j0.62)$  MVA i nominalnim naponom na sabirnicama. Koliki su gubici snage u sistemu prije i poslije priključenja elektrane?



### Rješenje:

Zamjenska šema sistema prije priključenja male elektrane je:



gdje su otpornost i reaktansa dalekovoda:

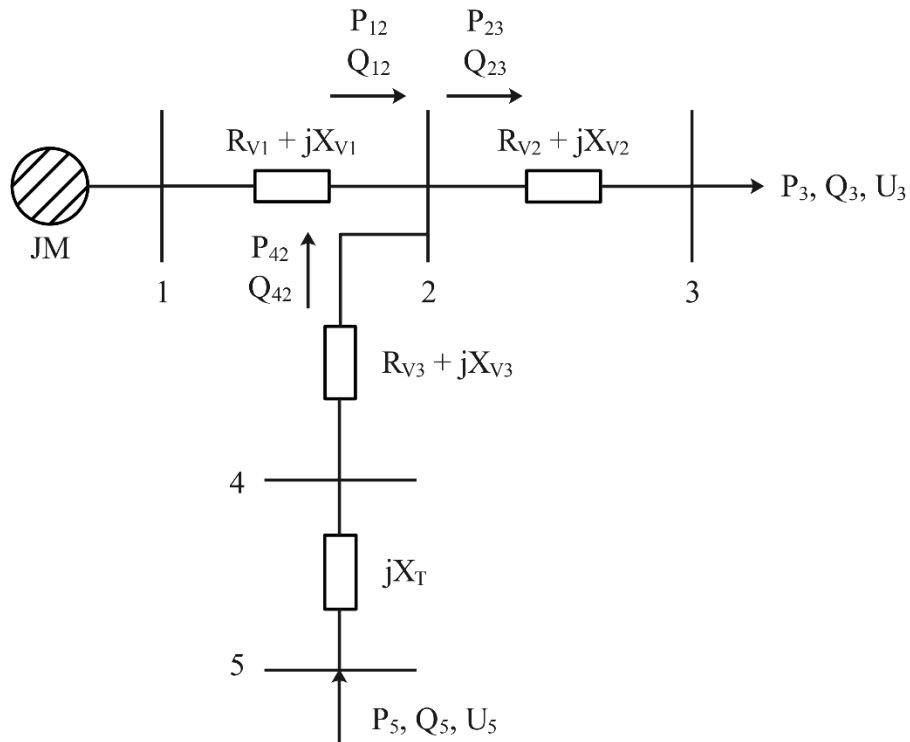
$$R_{V1} = 0.4 \cdot 40 = 16 \Omega$$

$$X_{V1} = 0.3 \cdot 40 = 12 \Omega$$

Uz poznate uslove u čvoru 2, gubici aktivne i reaktivne snage u sistemu prije priključenja male elektrane se određuju kao:

$$\Delta \underline{S} = \underline{Z}_{V1} \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} = (16 + j12) \frac{2^2 + 1^2}{33.7^2} = (0.07 + j0.053) \text{ MVA}$$

Zamjenska šema sistema nakon priključenja male elektrane je:



čiji su parametri, svedeni na 35 kV nivo:

$$R_{V1} = 0.4 \cdot 30 = 12 \Omega$$

$$X_{V1} = 0.3 \cdot 30 = 9 \Omega$$

$$R_{V2} = 0.4 \cdot 10 = 4 \Omega$$

$$X_{V2} = 0.3 \cdot 10 = 3 \Omega$$

$$R_{V3} = 0.4 \cdot 5 = 2 \Omega$$

$$X_{V3} = 0.3 \cdot 5 = 1.5 \Omega$$

$$X_T = \frac{6}{100} \frac{35^2}{5} = 14.7 \Omega$$



Uz poznatu aktivnu i reaktivnu snagu i napon na sabirnicama generatora, moguće je odrediti napon u čvoru 2 kao:

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 &= U_5 - \frac{P_5 R_e + Q_5 X_e}{U_5} - j \frac{P_5 X_e - Q_5 R_e}{U_5} = \\ &= 35 - \frac{5 \cdot 2 + (-1.14) \cdot 16.2}{35} - j \frac{5 \cdot 16.2 - (-1.14) \cdot 2}{35} = 35.24 - j2.38 = \\ &= 35.32 \angle -3.86^\circ \text{ kV}\end{aligned}$$

U prethodnoj relaciji,  $\underline{Z}_e = R_e + jX_e$  očigledno predstavlja rednu vezu impedanse voda V3 i reaktanse transformatora T.

Uz poznat napon u čvoru 2 i poznatu aktivnu i reaktivnu snagu u čvoru 3, napon u čvoru 3 je moguće odrediti polazeći od relacije:

$$\underline{U}_2 = U_3 + \frac{P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}}{U_3} + j \frac{P_3 X_{V2} - Q_3 R_{V2}}{U_3}$$

Tada se moduo napona u čvoru 2 određuje primjenom relacije:

$$U_2^2 = \left( U_3 + \frac{P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}}{U_3} \right)^2 + \left( \frac{P_3 X_{V2} - Q_3 R_{V2}}{U_3} \right)^2$$

koja nakon sređivanja po nepoznatoj promjenljivoj  $U_3$  dobija oblik:

$$U_3^4 + [2(P_3 R_{V2} + Q_3 X_{V2}) - U_2^2] U_3^2 + (R_{V2}^2 + X_{V2}^2)(P_3^2 + Q_3^2) = 0$$

Zamjenom brojnih vrijednosti, prethodna jednačina dobija oblik:

$$U_3^4 - 1225.66 U_3^2 + 125 = 0$$

čijim se rješavanjem određuje napon u čvoru 3:

$$U_3 = 35.01 \text{ kV}$$

Kao što se uočava, napon u čvoru 3 se nakon priključenja male elektrane uvećao za 1.31 kV.

Gubici na vodu V2 su tada:

$$\Delta \underline{S}_{23} = (4 + j3) \frac{2^2 + 1^2}{35.01^2} = (0.016 + j0.012) \text{ MVA}$$

a gubici na vodu V3 i transformatoru T:

$$\Delta \underline{S}_{52} = (2 + j16.2) \frac{5^2 + 1.14^2}{35^2} = (0.043 + j0.348) \text{ MVA}$$

Tada je moguće odrediti snagu na kraju dalekovoda V1 kao:

$$\underline{S}_{12} = \underline{S}_{23} - \underline{S}_{42} = (\underline{S}_3 + \Delta \underline{S}_{23}) - (\underline{S}_5 - \Delta \underline{S}_{52}) = (-2.984 + j2.152) \text{ MVA}$$

pa su gubici na dalekovodu V1:

$$\Delta \underline{S}_{12} = (12 + j9) \frac{2.984^2 + 2.152^2}{35.32^2} = (0.13 + j0.098) \text{ MVA}$$

Ukupni gubici u sistemu se tada određuju kao:

$$\Delta \underline{S} = \Delta \underline{S}_{12} + \Delta \underline{S}_{23} + \Delta \underline{S}_{52} = (0.189 + j0.458) \text{ MVA}$$